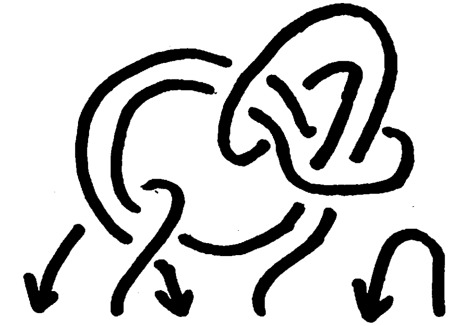
リボン底タングルの普遍 sl_2 不変量について

京都大学数理解析研究所

鈴木 咲衣



今日の話

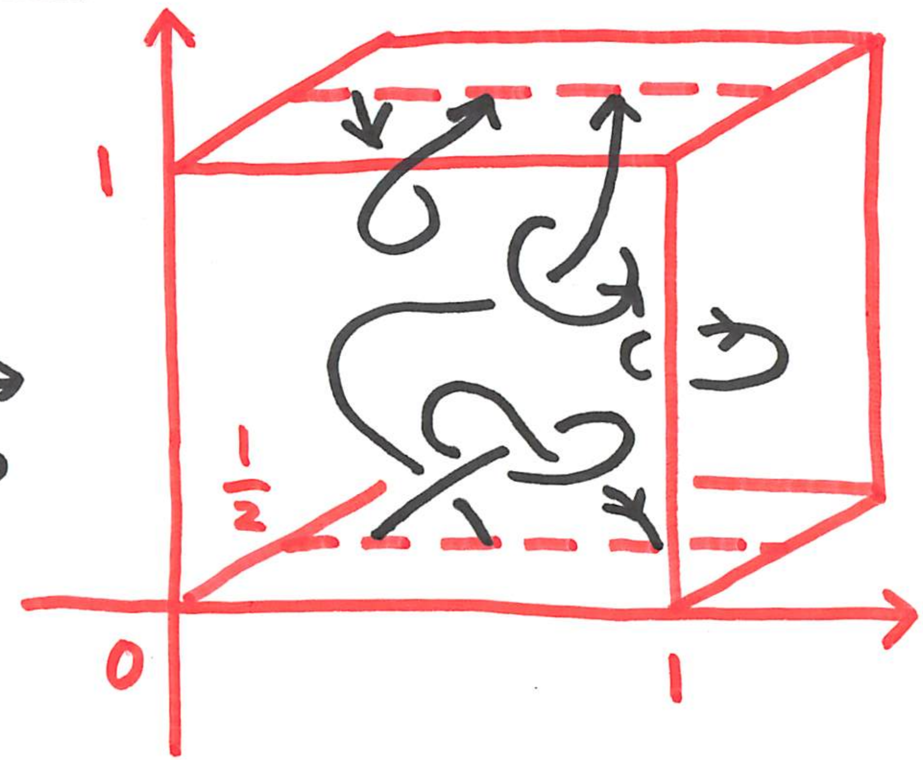
- タングル，底タングル，リボン底タングル

- 研究の目的と主結果

タングル in a cube

Ex)

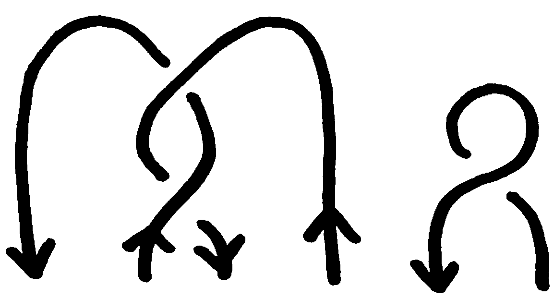
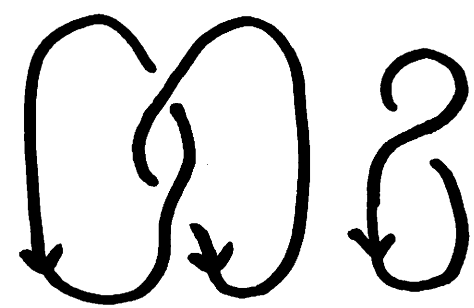
$\coprod^{3}[0.1]\coprod^{2}S^1 \underset{\text{emb}}{\hookrightarrow}$



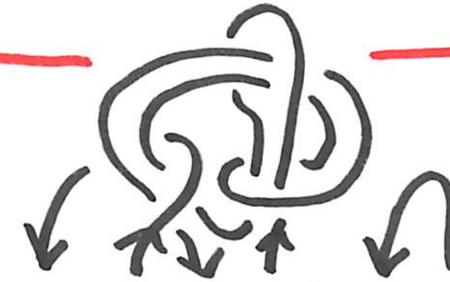
- 向きつき
- 弧の境界 $\in [0.1]\times\{\frac{1}{2}\}\times\{0.1\}$

底タングル

- 弧のみから成るタングル
- 弧の境界 $\in [0.1] \times \{\frac{1}{2}\} \times \{0\}$
- 各弧の2つの境界は隣り合っている
- 各弧は右から出て左へ入る

$T =$  $cl(T) =$ 

リボン底タングル



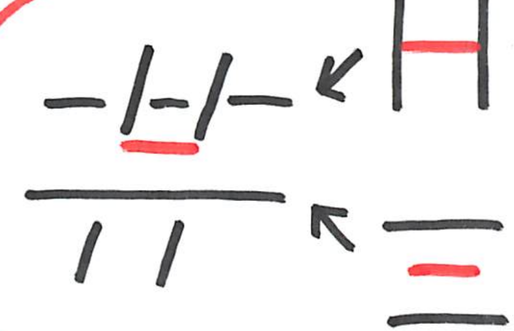
$\overset{}{\underset{\text{def}}{\Longleftrightarrow}}$ 閉じるとリボン絡み目になる底タングル

n 成分リボン絡み目

$\Longleftrightarrow$ リボン型特異点のみを許すはめ込み

$$D_1 \cup \cdots \cup D_n \looparrowright S^3$$

の像の境界となる絡み目



リボン型

研究の目的：底タングルの普遍不変量を"よく知りたい"

普遍不変量（Lawrence, Ohtsuki）

底タングル T

$J_T \in U_h^{\hat{\otimes} n}$

$\Downarrow$

$J_{cl(T)} \in U_h^{\hat{\otimes} n}/I$

$\Longrightarrow$

色つき Jones 多項式

$J(cl(T) : V_1, \ldots, V_n)$

$U_h := U_h(sl_2)$

$V_1, \ldots, V_n$：U_h の有限次元表現

?

- 絡み目の位相幾何的性質との関係
- 他の不変量との関係

量子展開環 U_h over $\mathbb{Q}[[h]]$

生成元：H, E, F

関係式：$HE-EH=2E$, $HF-FH=-2F$

$$EF-FE=\frac{K-K^{-1}}{v-v^{-1}}$$

ただし $v=\exp\frac{h}{2}$, $K=\exp\frac{hH}{2}$.

$\Rightarrow$ $U_h=(U_h, \mu, \eta, \Delta, \varepsilon, S, R, \gamma)$ は

"リボンホップ代数" とみなせる.

タングルの幾何的性質

$T = T_1 \cup \cdots \cup T_n$

リボン

2重化

逆向

消去

不変量の代数的性質

$J_T \in U_h^{\hat{\otimes} n}$

$\Delta : U_h \to U_h^{\hat{\otimes} 2}$

comultiplication

$S : U_h \to U_h$

antipode

$\varepsilon : U_h \to k$

counit

定理

T：n 成分リボン底タングル

$\Rightarrow \quad J_T \in \{(\bar{U}_q^{ev})^{\otimes n}\}^\wedge$

$\bar{U}_q^{ev} \subset U_h$：$K^2, K^{-2}, (v-v^{-1})E, v(v-v^{-1})FK$

で生成される $\mathbb{Z}[v^2, v^{-2}]$-部分代数